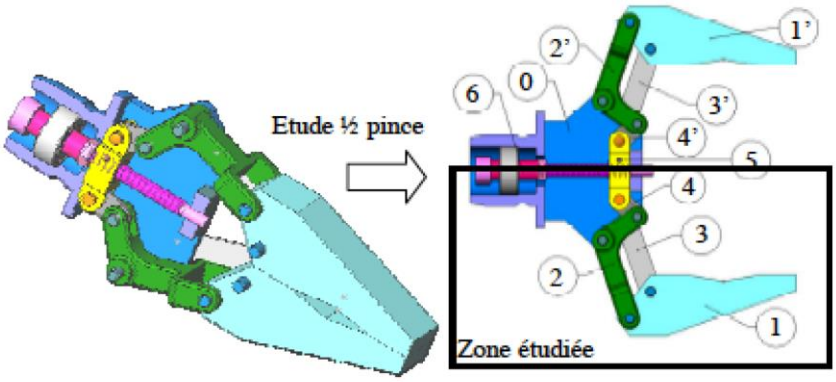
Exemple de sujet : « Pince de robot »

Le mécanisme ci-contre est une pince de robot permettant de saisir des objets entre les deux mâchoires (1) et (1'). Dans cette pince, les deux mâchoires se déplacent symétriquement et les surfaces de préhension restent parallèles entre elles.



Pour étudier le mouvement, on peut se contenter de n'étudier que la demi-pince inférieure. Une modélisation cinématique de ce sous-ensemble est donnée par le schéma cinématique (fig. 2).

On comprend que lorsque le moteur tourne, la rotation de la vis (6) entraine une translation de l'écrou (5) par rapport au carter (0). Ce mouvement est transmis par la biellette (4), il en résulte une rotation de l'équerre (2) autour du point D. Par construction, DC = FH = a et DF = CH = b. Ce qui impose que la rotation de la barre (3) est toujours identique à celle de l'équerre (2). Il en résulte que la direction $\overrightarrow{CH}$ reste constante par rapport à (O) au cours du mouvement.

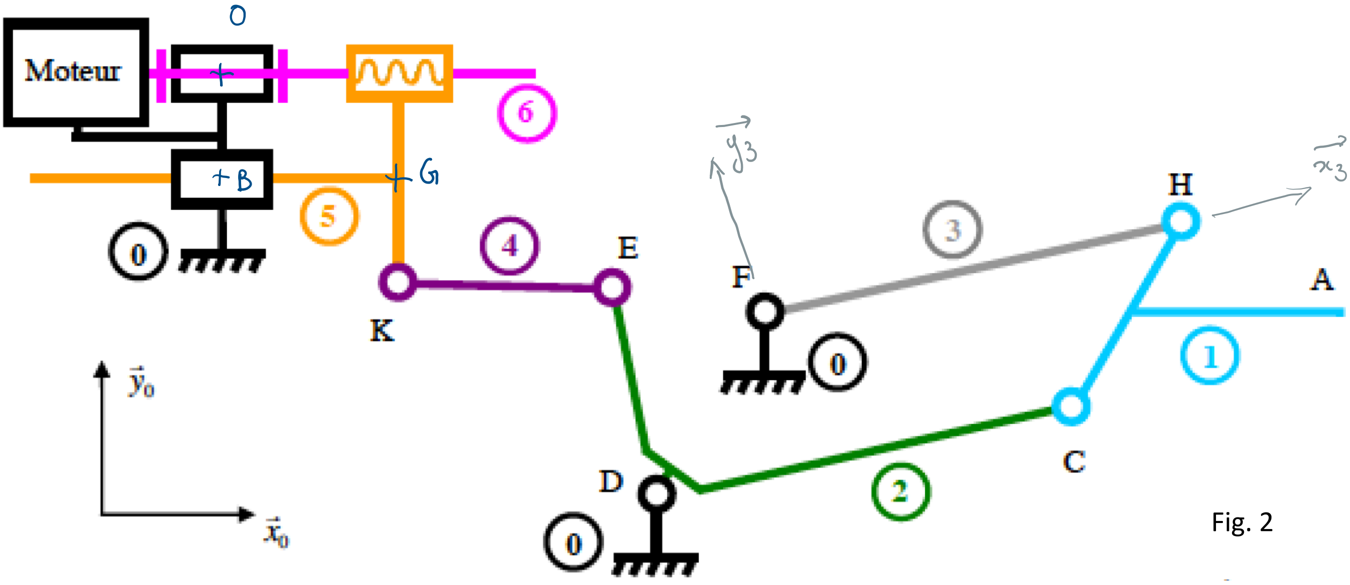
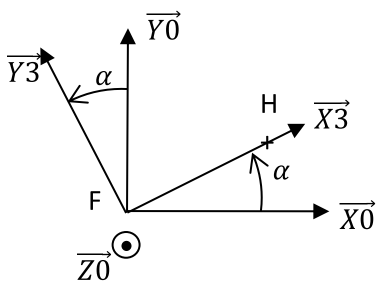


Fig. 2

On définit les paramètres suivants : $\alpha = (\vec{x_0}, \vec{x_3})$; $\overrightarrow{BG} = \lambda \cdot \vec{x_0}$



Et les repères suivants :

R0(O, X0, Y0, Z0) lié à S0 ; R1(A, X0, Y0, Z0) lié à S1

R2(D, X3, Y3, Z0) lié à S2 ; R3(O, X3, Y3, Z0) lié à S3

R5(G, X0, Y0, Z0) lié à S5

La rotation du moteur est notée : $\overrightarrow{\Omega 6/0} = \omega_m \cdot \vec{x_0}$

Travail demandé :

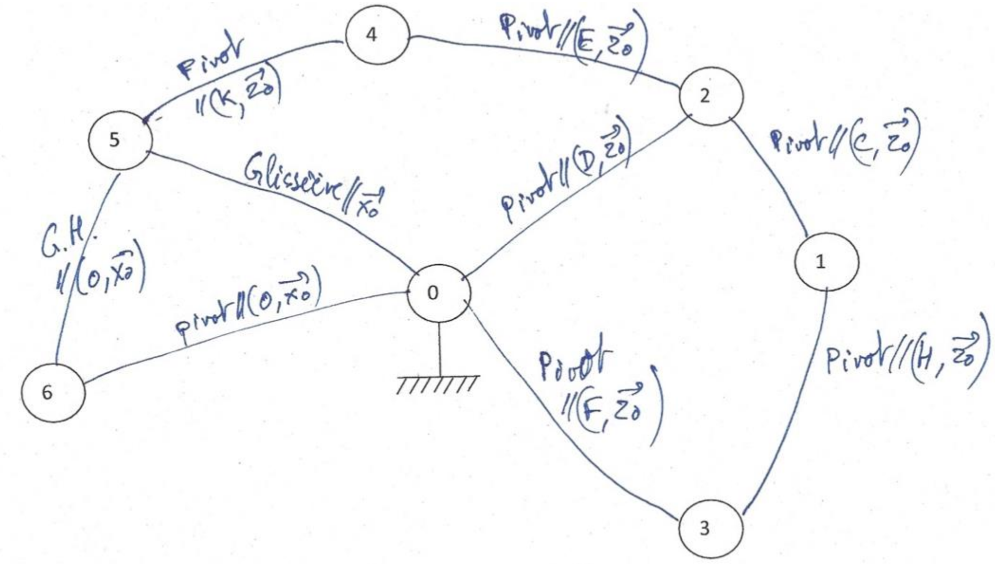
1. Tracer le graphe de structure de ce mécanisme
2. Définir les torseurs cinématiques suivants en donnant leurs éléments de réduction aux points de votre choix : $\{V_{6/0}\}$, $\{V_{5/0}\}$, $\{V_{1/0}\}$, $\{V_{3/0}\}$ et $\{V_{2/0}\}$
3. Pour ces différents torseurs, indiquer s'il s'agit d'un torseur particulier et déterminer le Centre Instantané de Rotation s'il existe.
4. En utilisant une formule de champ des vecteurs vitesses, calculer : $\overrightarrow{V(H,3/0)}$ en fonction de a, α et de ses dérivées.
5. En déduire l'accélération de ce même point.
6. Quelle particularité du mécanisme, permet au repère R1, lié à la mâchoire 1, d'avoir la même base (X0, Y0, Z0) que le repère R0 ?
7. En déduire le torseur $\{V_{2/3}\}$ au point C. Indiquer les composantes non nulles de ce torseur si on l'exprime dans le repère R3.
8. Ecrire les éléments de réduction du torseur $\{V_{6/5}\}$ au point O

Lorsqu'on ne connait pas les composantes d'un torseur cinématique, on peut noter ces inconnues en respectant les notations suivantes : $\{V_{i/j}\} = \begin{Bmatrix} \alpha_{ij} & u_{ij} \\ \beta_{ij} & v_{ij} \\ \gamma_{ij} & w_{ij} \end{Bmatrix}_{M,(X,Y,Z)}$

Eléments de correction

<u>Remarque</u> : Pour cette khôlle, il est important de savoir traiter les 5 premières questions. Les questions 6, 7 et 8 sont des compléments qui seront demandés aux étudiant(e)s les plus rapides.

1. Tracer le graphe de structure de ce mécanisme



2. Définir les torseurs cinématiques suivants en donnant leurs éléments de réduction aux points de votre choix : $\{V_{6/0}\}$, $\{V_{5/0}\}$, $\{V_{1/0}\}$, $\{V_{3/0}\}$ et $\{V_{2/0}\}$
3. Pour ces différents torseurs, indiquer s'il s'agit d'un torseur particulier et déterminer le Centre Instantané de Rotation s'il existe.

$\{V_{6/0}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega 6/0} \\ \overrightarrow{V(O,6/0)} \end{Bmatrix}_O$ Définition du torseur cinématique à connaitre par cœur

Dans le cas de ce torseur, on peut chercher à préciser les deux champs de vecteurs :

$\overrightarrow{\Omega 6/0} = \omega_m \cdot \vec{x_0}$ et $\overrightarrow{V(O,6/0)} = \vec{0}$

On en déduit donc : $\{V_{6/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_m \cdot \vec{x_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} \omega_m & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O,(X0,Y0,Z0)}$

On en déduit que ce torseur est un GLISSEUR car il existe un point O où le vecteur vitesse est nul.

Le point O est donc le CIR (Centre Instantané de Rotation) du mouvement M6/0

$\{V_{5/0}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega 5/0} \\ \overrightarrow{V(G,5/0)} \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{\lambda}.\vec{x_0} \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} 0 & \dot{\lambda} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G,(X0,Y0,Z0)}$ C'est un torseur COUPLE car la résultante est nulle.

Ce torseur aura les mêmes éléments de réduction en tout point de l'espace.

Lorsqu'il s'agit d'un torseur cinématique, ça signifie que le mouvement est une translation. Tous les points du solide ont le même vecteur vitesse à un instant donné et le vecteur rotation est nul.

$$\{V_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega 1/0} \\ \overrightarrow{V(A,1/0)} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \overrightarrow{V(A,1/0)} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} 0 & u_{10} \\ 0 & v_{10} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,(X0,Y0,Z0)}$$ C'est un torseur COUPLE

$$\{V_{3/0}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega 3/0} \\ \overrightarrow{V(F,3/0)} \end{Bmatrix}_F = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}.\overrightarrow{Z0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_F = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\alpha} & 0 \end{Bmatrix}_{F,(X0,Y0,Z0)}$$ GLISSEUR où le point F est CIR du M3/0

$$\{V_{2/0}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega 2/0} \\ \overrightarrow{V(D,2/0)} \end{Bmatrix}_D = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}.\overrightarrow{Z0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\alpha} & 0 \end{Bmatrix}_{D,(X0,Y0,Z0)}$$ GLISSEUR où le point D est CIR du M2/0

4. En utilisant une formule de champ des vecteurs vitesses, calculer : $\overrightarrow{V(H,3/0)}$ en fonction de a, α et de ses dérivées.
$\overrightarrow{V(H,3/0)} = \overrightarrow{V(F,3/0)} + \overrightarrow{HF} \wedge \overrightarrow{\Omega 3/0}$
$\overrightarrow{V(H,3/0)} = \vec{0} - a.\overrightarrow{X3} \wedge \dot{\alpha}.\overrightarrow{Z0}$
$\overrightarrow{V(H,3/0)} = a\dot{\alpha}.\overrightarrow{Y3}$

5. En déduire l'accélération de ce même point.
$\overrightarrow{\Gamma(H,3/0)} = \cdots = a\ddot{\alpha}.\overrightarrow{Y3} - a\dot{\alpha}^2.\overrightarrow{X3}$

6. Quelle particularité du mécanisme, permet au repère R1, lié à la mâchoire 1, d'avoir la même base (X0, Y0, Z0) que le repère R0 ?
La translation circulaire du solide 1 est assurée par le parallélogramme déformable DFHC. La particularité de construction est : DC = FH = a et DF = CH = b

7. En déduire le torseur $\{V_{2/3}\}$ au point C. Indiquer les composantes non nulles de ce torseur si on l'exprime dans le repère R3.

$$\{V_{2/3}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega 2/3} \\ \overrightarrow{V(C,2/3)} \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \overrightarrow{V(C,2/3)} \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} 0 & u_{23} \\ 0 & v_{23} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C,(X3,Y3,Z0)}$$ C'est un torseur COUPLE

8. Ecrire les éléments de réduction du torseur $\{V_{6/5}\}$ au point O

$$\{V_{6/5}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega 6/5} \\ \overrightarrow{V(O,6/5)} \end{Bmatrix}_O$$ avec $\overrightarrow{\Omega 6/5} = \overrightarrow{\Omega 6/0} + \overrightarrow{\Omega 0/5} = \omega_m \cdot \overrightarrow{x_0}$

On en déduit donc : $\{V_{6/5}\} = \begin{Bmatrix} \omega_m \cdot \overrightarrow{x_0} \\ \overrightarrow{V(O,6/5)} \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} \omega_m & u_{65} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O,(X0,Y0,Z0)}$

Pour finir, étant donné que la liaison L6/5 est une glissière hélicoïdale, on sait qu'il y a une relation entre la rotation et la translation de la vis 6 par rapport à l'écrou 5. On pourrait donc encore simplifier l'écriture de ce torseur en introduisant le rapport de proportionnalité qui relie la vitesse de rotation et la vitesse de translation :

On pose $u_{65} = k.\omega_m$ où k est une constante qui peut se calculer à partir du pas de la vis.

$$\{V_{6/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_m & k.\omega_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O,(X0,Y0,Z0)}$$