Reprise des programmes précédents sur les probabilités

PROBABILITÉS SUR UN UNIVERS DÉNOMBRABLE

Les variables aléatoires définies sur un univers dénombrable ne sont pas définies dans ce chapitre, aussi merci d'en limiter l'utilisation.

1) Espaces probabilisés dénombrables
   (a) Ensembles dénombrables
      i. Définition : Un ensemble est dénombrable s'il peut être écrit en extension par $\{x_n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
      ii. Dénombrabilité de $\mathbb{N}$, de $\mathbb{Z}$.
      Toute autre connaissance sur la dénombrabilité est Hors-Programme
   (b) Extension des définitions vues en première année
      i. Expériences aléatoires, événements ; ***Notion de Tribu Hors-Programme***
      (On ne se placera que sur la tribu pleine $\mathcal{P}(\Omega)$)
      ii. Suite infinie d'événements, union et intersection, système complet d'événements ;
      iii. Probabilité sur l'univers Ω
   (c) Propriétés et formules sur les probabilités
      i. Probabilité de $\varnothing$, de $\overline{A}$;
      ii. $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(A) \leqslant \mathbb{P}(B)$, expression de $\mathbb{P}\Big(A \cup B\Big)$;
      iii. *Propriétés de continuité croissante, de continuité décroissante **Hors-Programme**, donc en cas de nécessité, leur faire justifier en les orientant*
2) Probabilités conditionnelles, indépendance
   (a) Probabilités conditionnelles
      i. Définition ;
      ii. Formule des probabilités composées pour 2 événements et généralisation ;
      iii. Formule des probabilités totales pour $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ un système complet d'événements ou une suite d'événements 2 à 2 incompatibles tels que $\sum\limits_{k\in\mathbb{N}} \mathbb{P}(A_k) = 1$;
      iv. Formule de Bayes ;
   (b) Indépendance d'événements
      i. Définition d'événements 2 à 2 indépendants, mutuellement indépendants ;
      ii. L'indépendance mutuelle implique l'indépendance 2 à 2, mais la réciproque est fausse ;
      iii. Indépendance et probabilités conditionnelles.

