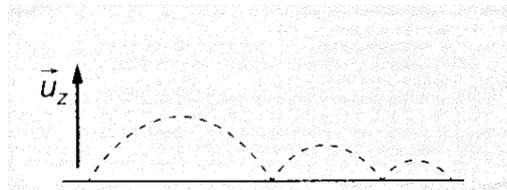


Travaux dirigés de Mécanique n°1

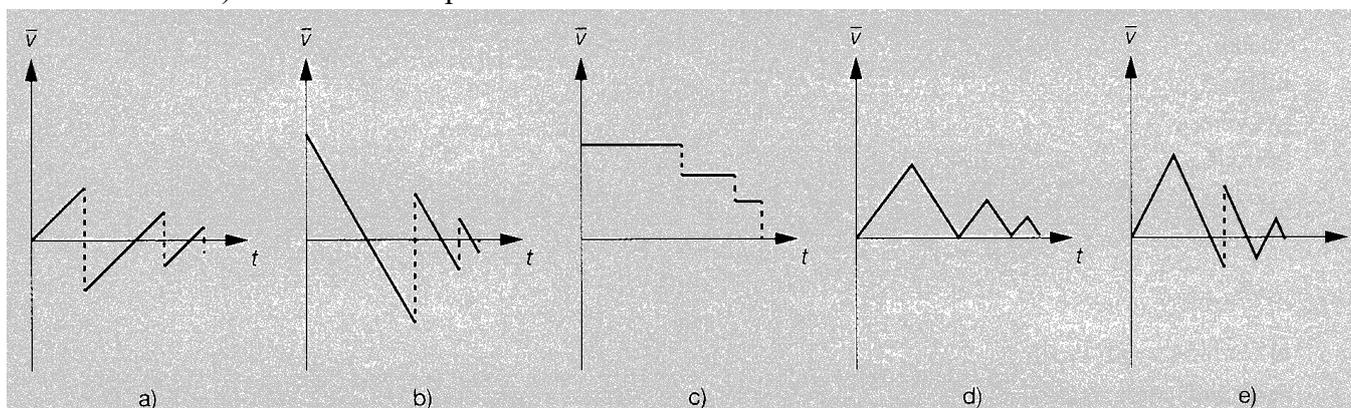
Prise de connaissance avec la cinématique.

Exercice 1 : Coupe du monde

Un footballeur shoote dans un ballon de telle manière que celui-ci suive la trajectoire ci-contre.



1. Quelle courbe ci-dessous correspond le mieux à l'évolution de $\bar{v} = v_z$ (composante verticale de la vitesse) au cours du temps ?
2. Quelle courbe ci-dessous correspond le mieux à l'évolution de $\bar{v} = v_x$ (composante horizontale de la vitesse) au cours du temps ?



Exercice 2 : Questions de bon sens.

Répondre aux questions suivantes à l'aide d'un schéma, d'exemples ou de considérations physiques. Aucun calcul ne doit apparaître.

1. Une balle est lancée vers le haut. Au point le plus haut de sa trajectoire :
 - a. Que vaut sa vitesse ?
 - b. Le vecteur accélération est-il dirigé vers le haut ? Vers le bas ?
2. A un instant donné, un mobile peut-il avoir un vecteur accélération nul et un vecteur vitesse non nul ?
3. A un instant donné, un mobile peut-il avoir un vecteur vitesse nul et un vecteur accélération non nul ?
4. Si le vecteur accélération d'un mobile est constant, son vecteur vitesse est-il toujours orienté dans la même direction ?

Exercice 3 : Eléments cinématiques

1. On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cartésiennes sont, à chaque instant :

$$x(t) = a_0 t^2 + x_0 ; y(t) = -vt ; z(t) = z_0$$

avec

$$x_0 = 1 \text{ m} ; v = 3 \text{ m.s}^{-1} ; a_0 = 2 \text{ m.s}^{-2}$$

- a. Déterminer l'expression des vecteurs vitesse et accélération dans la base cartésienne.
- b. Calculer la norme de la vitesse de M à la date $t = 2 \text{ s}$.
- c. Calculer la norme de l'accélération de M à la date $t = 1 \text{ s}$.

2. On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cylindriques sont, à chaque instant :

$$r(t) = R ; \theta(t) = \omega t ; z(t) = v_0 t$$

où R , v_0 et ω sont des constantes.

- Déterminer l'expression des vecteurs vitesse et accélération dans la base cylindrique.
- Quelle est la direction du vecteur accélération ? Commenter.
- Représenter l'allure de la trajectoire. Quel nom porte-t-elle ?

Mouvements rectilignes.

Exercice 4 : Décollage d'un avion de chasse

On s'intéresse à la cinématique de décollage d'un avion de chasse de type Rafale.

On suppose que lors du décollage, son accélération est constante (notée a_0) et que sa trajectoire est rectiligne d'axe Ox horizontal.

On considère que l'avion démarre à l'instant $t = 0$, sans vitesse initiale, depuis la position $x_0 = 0$.

1. Déterminer l'expression de la vitesse $v(t)$ et de la position $x(t)$ de l'avion en fonction de a_0 et t .

Les caractéristiques de l'avion sont les suivantes :

- **Accélération** : 0 à 100 km. h⁻¹ en 2,8 s
 - **Vitesse au décollage** : 270 km. h⁻¹
 - **Distance de décollage** inférieure à 400 m
 - **Masse au décollage** : 15 tonnes
- A l'aide des données précédentes, calculer la valeur de l'accélération a_0 ainsi que le temps t_0 nécessaire au décollage. Commenter.
 - En déduire la distance de décollage (notée d_0). Ce résultat est-il compatible avec les caractéristiques de l'avion ?

Décollage sur le porte-avion :

Les avions Rafale sont embarqués sur le porte-avion Charles de Gaulle. Sa piste d'envol étant plus courte qu'une piste terrestre, l'avion doit être accéléré à l'aide d'une « catapulte » (système propulsant l'avion le long du pont d'envol)

Ainsi propulsé, l'avion atteint sa vitesse de décollage de 270 km. h⁻¹ en 2,0 s environ.

L'accélération notée a_1 est toujours supposée constante.

- Calculer la valeur de l'accélération a_1 de l'avion lors d'un catapultage. Commenter.
- En déduire la distance d_1 parcourue par l'avion lors de son décollage.

Exercice 5 : Calcul de décélération

Une voiture roule à la vitesse $v_0 = 50$ km. h⁻¹. Elle freine brusquement jusqu'à l'arrêt total sur une distance $d = 15$ m. En supposant l'accélération uniforme, donner sa valeur a_0 et la comparer à l'accélération de la pesanteur $g \approx 10$ m. s⁻².



Décollage d'un Rafale sur le porte avion
(Source : Marine Nationale)

Mouvements en coordonnées polaires.**Exercice 6 : Trajectoires et manège**

Un enfant se déplace sur un manège en rotation. Vue d'un hélicoptère, sa position est donnée par les coordonnées polaires :

$$r(t) = v_0 t ; \theta(t) = \omega t$$

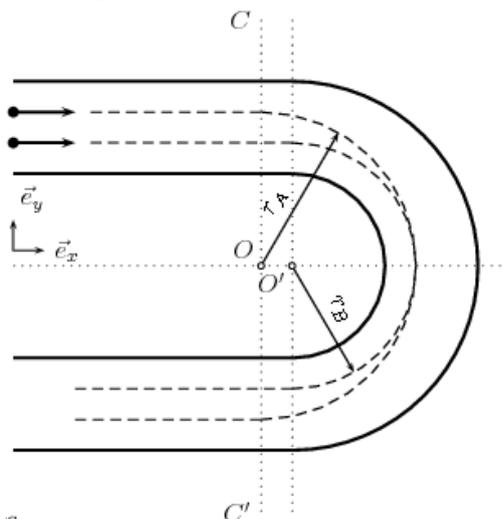
où v_0 et ω sont des constantes.

1. Donner les unités de v_0 et ω dans le système international.
2. Quelle est l'allure de la trajectoire dans le référentiel terrestre ?
3. Déterminer la vitesse de l'enfant en coordonnées polaires.
4. Déterminer l'accélération de l'enfant en coordonnées polaires.
5. Quelle est la trajectoire de l'enfant dans le référentiel du manège si celui-ci tourne à la vitesse angulaire ω ?

Exercice 7 : Ultime combat*

Messieurs G et D s'affrontent lors d'une course de Karting.

Leurs positions respectives sont repérées par les points (A) et (B). Ils arrivent en ligne droite, coupent l'axe CC' au même instant et prennent le virage de deux manières différentes :



Monsieur G (point A) suit une trajectoire circulaire de centre O et de rayon $r_A = 90 \text{ m}$.

Monsieur D (point B) prend l'intérieur et suit une trajectoire circulaire de centre O' et de rayon $r_B = 75 \text{ m}$.

On appelle \mathcal{R} le référentiel $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Le but de l'exercice est de déterminer laquelle des deux héros sortira en premier du virage en coupant à nouveau l'axe CC' gagnant ainsi la course.

1. Déterminer puis calculer les longueurs L_A et L_B des trajectoires des deux kartings à partir de l'axe CC'. Peut-on conclure ?
2. On suppose que les deux kartings roulent à des vitesses v_A et v_B constantes pendant tout le virage. Déterminer ces vitesses pour que dans le virage, les accélérations des 2 kartings restent inférieures à $0,8 g$ avec $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ l'accélération de la pesanteur (au delà de cette limite, les kartings et leurs conducteurs dérapent et finissent leur course dans le bac à gravier ou dans les pneus).
3. Conclure. Qui est le gagnant ?

Capacités exigibles :

- Les définitions relatives au mouvement (référentiel, trajectoire, position, vitesse, accélération...).
- Système de coordonnées :
- Choisir un système de coordonnées adapté au problème posé.
- Définir les bases cartésiennes, cylindriques, polaires.
- Les relations entre les vecteurs unitaires
- Utiliser les expressions des composantes du vecteur-position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération.
- Calculer les composantes d'une vitesse ou d'une accélération à partir des équations horaires.
- Mouvement rectiligne à accélération constante :
- Exprimer la vitesse et la position en fonction du temps
- Mouvement courbe de vecteur accélération constant :
- Prévoir qualitativement les mouvements projetés sur des axes parallèle et perpendiculaire au vecteur accélération.
- Mouvement circulaire :
 - o Exprimer les composantes du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération en coordonnées polaires.
 - o Identifier les liens entre les composantes du vecteur-accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur-vitesse et sa variation temporelle.
- Situer qualitativement la direction du vecteur-accélération dans la concavité d'une trajectoire plane.

QCM d'entraînement :