

NOTIONS AU PROGRAMME

Révision du programme d'Algèbre linéaire de première année

- 1) Espaces et sous-espaces vectoriels, somme directe de 2 sev, sous-espaces supplémentaires, ...
- 2) Polynômes formels
(**Attention** division euclidienne, mais pas d'arithmétique des polynômes au programme)
- 3) Applications linéaires, noyau et image, ... (éviter les exercices trop théoriques sur le noyau et l'image)
Les applications linéaires pourront être définies sur l'espace des polynômes, des matrices, des fonctions, ...
Les projections, symétries ne sont pas une priorité pour cette semaine, ou alors guider les étudiants
- 4) Espaces vectoriels de dimension finie : théorème de la base incomplète, théorème du rang, formule de Grassmann, ...
Théorème de caractérisation des isomorphismes en dimension finie :
 E, F deux \mathbb{K} -ev de dimension finie, $f \in \mathcal{L}(E, F)$.
 - 1) Si f est un isomorphisme, alors $\dim(E) = \dim(F)$.
 - 2) Si $\dim(E) = \dim(F)$, alors f injective ssi f bijective ssi f surjective
- 5) Matrices : matrices et systèmes linéaires,
lien entre applications linéaires et matrices, formule de changement de base (matrices semblables), ... (la notion de matrices équivalentes est hors programme)
Formule du binôme de Newton, calcul des puissances d'une matrice en passant par une matrice semblable plus adaptée au calcul, ...

QUESTION DE COURS sur 5 points :

Chaque étudiant traite une des questions de cours suivantes

- 1) Définition, puis caractérisation de deux sous-espaces vectoriels supplémentaires + Formule du binôme de Newton pour les matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$
- 2) Définition et propriétés du noyau et de l'image d'une application linéaire (pour info : sev, lien image et surjectivité, noyau et injectivité)
- 3) Théorème de la base incomplète + Théorème du rang
- 4) Définition d'un sous-espace vectoriel d'un \mathbb{K} -espace vectoriel, définition de la somme $F + G$ des sev F et G + Formule de Grassmann
- 5) Théorème de la caractérisation des isomorphismes en dimension finie + inverse d'un produit de deux matrices inversibles