Travaux dirigés Unités et dimension

Exercice 1 : Dimension de quelques grandeurs.

Donner, en fonction des dimensions fondamentales, les dimensions des grandeurs suivantes :

1. Une force F
2. Une puissance P
3. Une résistance R.

On donne les relations suivantes :

$F = m.a$ où m est une masse et a une accélération.

$P = F.v$ où v est une vitesse.

$P = R.I^2$ où I est une intensité électrique.

Exercice 2 : Homogénéité d'une expression.

Les expressions suivantes sont-elles homogènes ? Si non, proposer une écriture correcte.

1. $x = \dfrac{(l^2 - d)}{d}$ où les trois grandeurs sont des distances.
2. $x = x_0 \exp(-t\tau)$ où t et τ sont des temps.
3. $E = \dfrac{1}{2}mv^2 - F.L$ où E est une énergie, m une masse, v une vitesse, F une force et L une longueur.
4. $v = \sqrt{g.L}\cos\left(\omega\left(t + \dfrac{\pi}{4}\right)\right)$ où L est une longueur, v une vitesse, g une accélération, t un temps et ω une pulsation.
5. $P + \dfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = Cte$ où P est une pression, ρ une masse volumique, v une vitesse, g l'accélération de la pesanteur et z une longueur.

Exercice 3 : Pulsation d'un pendule

Soit un pendule constitué d'un fil de raideur infinie et de longueur L, et d'une masse m lâchée dans le champ de pesanteur g. Ce pendule effectue de petites oscillations.

Par une analyse dimensionnelle, déterminer une expression possible de la pulsation ω_0 des oscillations libres du pendule.

Exercice 4 : Frottements mécaniques

Une bille de rayon R se déplaçant à la vitesse v dans un fluide visqueux subit une force de frottement (dite de Stokes) F telle que $F = 6\pi\eta R v$ où η est la viscosité du fluide.

1. Donner la dimension de η.
2. Si on lâche la bille dans une colonne de fluide visqueux, sa vitesse vérifie l'équation suivante : $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{v}{\tau} = g$ où g est l'accélération de la pesanteur et dv/dt représente la dérivée de v par rapport au temps. Donner la dimension de τ.
3. La position x de l'extrémité d'un amortisseur vérifie l'équation suivante : $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{\omega_0}{Q}\dfrac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$ où $\dfrac{d^2x}{dt^2}$ représente la dérivée seconde de x par rapport au temps. Donner la dimension de ω_0 et Q.

Travaux dirigés Unités et dimension

Exercice 1 : Dimension de quelques grandeurs.

Donner, en fonction des dimensions fondamentales, les dimensions des grandeurs suivantes :

1. Une force F
2. Une puissance P
3. Une résistance R.

On donne les relations suivantes :

$F = m.a$ où m est une masse et a une accélération.

$P = F.v$ où v est une vitesse.

$P = R.I^2$ où I est une intensité électrique.

Exercice 2 : Homogénéité d'une expression.

Les expressions suivantes sont-elles homogènes ? Si non, proposer une écriture correcte.

1. $x = \frac{(l^2 - d)}{d}$ où les trois grandeurs sont des distances.
2. $x = x_0 \exp(-t\tau)$ où t et τ sont des temps.
3. $E = \frac{1}{2}mv^2 - F.L$ où E est une énergie, m une masse, v une vitesse, F une force et L une longueur.
4. $v = \sqrt{g.L}\cos\left(\omega\left(t + \frac{\pi}{4}\right)\right)$ où L est une longueur, v une vitesse, g une accélération, t un temps et ω une pulsation.
5. $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = Cte$ où P est une pression, ρ une masse volumique, v une vitesse, g l'accélération de la pesanteur et z une longueur.

Exercice 3 : Pulsation d'un pendule

Soit un pendule constitué d'un fil de raideur infinie et de longueur L, et d'une masse m lâchée dans le champ de pesanteur g. Ce pendule effectue de petites oscillations.
Par une analyse dimensionnelle, déterminer une expression possible de la pulsation ω_0 des oscillations libres du pendule.

Exercice 4 : Frottements mécaniques

Une bille de rayon R se déplaçant à la vitesse v dans un fluide visqueux subit une force de frottement (dite de Stokes) F telle que $F = 6\pi\eta R v$ où η est la viscosité du fluide.

1. Donner la dimension de η.
2. Si on lâche la bille dans une colonne de fluide visqueux, sa vitesse vérifie l'équation suivante : $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = g$ où g est l'accélération de la pesanteur et dv/dt représente la dérivée de v par rapport au temps. Donner la dimension de τ.
3. La position x de l'extrémité d'un amortisseur vérifie l'équation suivante : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$ où $\frac{d^2x}{dt^2}$ représente la dérivée seconde de x par rapport au temps. Donner la dimension de ω_0 et Q.